©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Über den Einfluss der Wärme auf die Brechung des Lichtes in festen Körpern.

Von dem w. M. **J. Stefan.**

(Mit 2 Holzschnitten.)

Über den Einfluss der Wärme auf die Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten sind von verschiedenen Beobachtern zahlreiche sorgfältige Bestimmungen ausgeführt worden, hingegen liegen von analogen auf feste Körper sich beziehenden Messungen nur wenige vor.

Die erste von den mir bekannt gewordenen Arbeiten über diesen Gegenstand ist die von Rudberg[1]. Sie enthält die Untersuchung von Kalkspath, Bergkrystall und Arragonit und ist speciell zu dem Zwecke ausgeführt worden, um die Abänderungen kennen zu lernen, welche die Doppelbrechung durch die Temperaturerhöhung erleidet. Die Messungen Rudberg's haben ergeben, dass im Bergkrystall und Arragonit mit steigender Temperatur die Brechung geringer wird und zwar für alle Strahlen unabhängig von der Polarisationsrichtung. Kalkspath jedoch zeigte in Bezug auf den ausserordentlichen Strahl das entgegengesetzte Verhalten, nämlich eine Zunahme der Brechung mit steigender Temperatur, während die Brechung des ordentlichen Strahls sich auch bei höherer Temperatur nicht merklich verschieden von der bei niederer Temperatur erwies.

Die Messungen Rudberg's beziehen sich auf die Fraunhofer'sche Linie *F*, er hat es unterlassen, die Messungen auf andere Theile des Spectrums auszudehnen, weil, wie er angibt, bei Temperaturerhöhung keine merkbare Änderung der Dispersion eintrat.

---

[1] Pogg. Ann. XXVI. 291.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Eine zweite Reihe von Bestimmungen hat Fizeau[1] ausgeführt. Sie beziehen sich auf Kalkspath, Flussspath und mehrere Glassorten. In einer andern Abhandlung[2] hat Fizeau auch noch den Bergkrystall untersucht. Bezüglich dieses und des Kalkspaths gelangte Fizeau zu demselben Resultate wie Rudberg, nur mit dem Unterschiede, dass er auch für den ordentlichen Strahl im Kalkspathe eine allerdings geringe Zunahme der Brechung fand. Für Flussspath fand er, dass er sich ähnlich wie Bergkrystall verhalte, also mit steigender Temperatur schwächer brechend werde. Hingegen zeigten alle von ihm untersuchten Glassorten mit steigender Temperatur eine Zunahme der Brechung des Lichtes. Dieses merkwürdige Verhalten des Glases ist übrigens schon viel früher von Neumann[3] und von Arago[4] beobachtet worden.

Die Bestimmungen Fizeau's, nach einer von ihm erdachten Interferenzmethode ausgeführt, beziehen sich auf das Licht der Natriumflamme.

Endlich hat noch van der Willigen die Brechungsquotienten eines stark brechenden Flintglases bei verschiedenen, jedoch nur wenig abweichenden Temperaturen bestimmt[5], und bei steigender Temperatur eine Abnahme derselben im rothen, eine Zunahme in den übrigen Theilen des Spectrums gefunden. In zwei späteren Arbeiten[6] hat er ähnliche Messungen über Kalkspath und Bergkrystall ausgeführt, doch weichen seine Zahlen von denen, welche Fizeau gefunden, zum Theil bedeutend ab.

Alle Beobachtungen, welche bisher über die durch Temperaturerhöhung bewirkten Veränderungen der Brechungsverhältnisse von Flüssigkeiten gemacht worden sind, lieferten das gleichsinnige Resultat, dass mit steigender Temperatur die Brechung des Lichtes in denselben geringer wird. Dieses Verhalten ist von jeher als Regel und theilweise auch als nothwendige Folge des

---

[1] Ann. de chim. et de phys. (3) LXVI. 429. auch Pogg. Ann. CXIX. 87.
[2] Ann. de chim. et de phys. (4) II. 143 auch Pogg. Ann. CXXIII. 515.
[3] Abhandlungen der Berliner Akademie für 1842.
[4] Oeuvres X. 309.
Archives du Musée Teyler. Harlem. I. 64.
[5] Arch. du Mus. Teyler. II. 173 und III. 44.

Satzes von der Unveränderlichkeit des Brechungsvermögens betrachtet worden. Unter dem letzteren aber wird von einigen Physikern der um die Einheit verminderte Brechungsquotient, dividirt durch die Dichte des brechenden Körpers verstanden, von andern wird an die Stelle des Brechungsquotienten das Quadrat desselben in diese Formel genommen.

Stimmen auch die Beobachtungen mit dem Satze vom constanten Brechungsvermögen, werde dieses nach der einen oder der andern Art definirt, nicht genügend überein, so sind die Abweichungen im allgemeinen doch nur gering. Hingegen stellen sich von den bisher untersuchten festen Körpern Kalkspath und Glas diesem Satze direct entgegen.

Das Verhalten des Kalkspaths ist weniger auffallend, da die Brechungsquotienten des ordentlichen und ausserordentlichen Strahles nicht Functionen der Dichte allein, sondern Functionen der nach verschiedenen Richtungen vorhandenen verschiedenen linearen Anordnungen der Theilchen sind, diese Anordnungen selbst aber mit veränderter Temperatur andere werden wegen der ungleichen Ausdehnung des Kalkspaths in der Richtung der Axe und senkrecht zur selben.

Dagegen scheint zur Erklärung des abnormen Verhaltens des Glases jeder Anhaltspunkt zu fehlen. In Bezug auf die Anordnung der Theilchen benimmt sich eben das Glas als ein nach allen Richtungen gleichartig gebauter Körper sowohl was die Brechung des Lichtes, als die Ausdehnung durch die Wärme anbetrifft. Liegt aber in der Anordnung der Theilchen kein Grund zu einem ausnahmsweisen Verhalten, so kann er in den Veränderungen, welche die Glasmolecüle selbst bei einer Temperaturerhöhung erfahren, gesucht werden. Man kann das Glas als ein Gemenge von ausserordentlich kleinen, nach allen möglichen Richtungen orientirten, nicht regulären Krystallen betrachten, von welchen jeder einzelne oder wenigstens sehr viele in derselben Weise sich benehmen, wie der Kalkspath. Vor jeder Erklärung erscheint es mir aber wichtig, die Abhängigkeit der Veränderungen der Brechungsquotienten des Glases von der Wellenlänge zu ermitteln und noch andere einfach brechende feste Körper zu untersuchen, und ich beschränke mich in dieser

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Abhandlung auf die Mittheilung der von mir bis jetzt ausgeführten Messungen und ihrer Resultate.

Wie bekannt, lassen sich die Brechungsquotienten der meisten Substanzen in Bezug auf ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes mit grosser Annäherung durch die aus der Cauchy'schen Theorie der Dispersion abgeleitete Formel

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

darstellen. a und b bedeuten darin von der Natur des brechenden Mediums abhängige Constante, λ die Wellenlänge.

Die Beobachtungen über die Änderungen der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten lehren, dass mit steigender Temperatur die Constante a der obigen Formel abnimmt, hingegen die Constante b nahezu unverändert bleibt, da die beobachteten Änderungen des n für verschiedene Theile des Spectrums wenig verschieden sind.

Es ist in der neueren Zeit auch bei der Definition des Brechungsvermögens die obige Formel insofern zur Anwendung gekommen, als man darunter nicht mehr die Quotienten

$$\frac{n-1}{d} \quad \text{oder} \quad \frac{n^2-1}{d}$$

unter d die Dichte verstanden, begreift, sondern die analogen von der Dispersionsconstante b befreiten Grössen

$$\frac{a-1}{d} \quad \text{oder} \quad \frac{a^2-1}{d}$$

da für das Stattfinden eines einfachen Zusammenhanges zwischen der Dichte und der Constanten a mehr Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, als für das Vorhandensein einer einfachen Beziehung zwischen der Dichte und dem Brechungsquotienten n.

Es drängte sich nun zuerst die Frage auf, ob nicht das Glas wenigstens in Bezug auf den von der Dispersion befreiten Theil des Brechungsquotienten das Gesetz der Abnahme desselben mit abnehmender Dichte befolge, so also, dass die Constante a der obigen Formel mit steigender Temperatur kleiner werde und die von Fizeau für das Licht der Natriumflamme, von Neumann und Arago für die mittleren Strahlen des Spectrums beobachtete Zunahme des Brechungsquotienten von einem Anwachsen

der Dispersionsconstante b herrühre. Diese Frage ist eigentlich schon durch die Beobachtungen van der Willigen's bejahend beantwortet, welcher für das schwere Flintglas eine Abnahme der Brechungsquotienten im rothen, eine Zunahme in den übrigen Theilen des Spectrums gefunden. Doch habe ich von diesen Beobachtungen erst Kenntniss erhalten, nachdem diese Arbeit vollendet war, und liefern auch meine Beobachtungen ein ganz anderes Resultat.

Aus der gemachten Voraussetzung folgt unmittelbar, dass die Änderungen der Brechungsquotienten vom rothen gegen das violette Ende des Spectrums hin steigen müssen. Die Beobachtungen haben auch wirklich dieses Resultat ergeben. Die durch Temperaturerhöhung bewirkte Zunahme der Brechungsquotienten steigt bei allen von mir untersuchten Prismen vom rothen gegen das violette Ende hin meist um das doppelte an. Es lassen sich auch mit ziemlicher Annäherung die beobachteten Änderungen in Bezug auf ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge darstellen durch die Variation der Cauchy'schen Formel, so dass man, unter t die Temperatur verstanden,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{da}{dt} + \frac{1}{\lambda^2}\frac{db}{dt}$$

setzen kann. Es ergaben sich jedoch bei Anwendung dieser Formel ebenso für $\frac{da}{dt}$ wie für $\frac{db}{dt}$ positive Zahlen. Es müsste auch, wäre $\frac{da}{dt}$ negativ, nach dieser Formel die Änderung des n von der Fraunhofer'schen Linie B bis zur Linie H mehr als um das dreifache wachsen. Auch habe ich bei keinem Prisma ein solches Verhalten, wie es Willigen beobachtete, gefunden.

Ich habe in diese Abhandlung nur die an einem Glasprisma angestellten Messungen, gewissermassen als ein Beispiel, aufgenommen. Weitere Bestimmungen sollen später noch mitgetheilt werden, da ich denselben noch einen höheren Grad von Genauigkeit geben zu können hoffe.

Nachdem ich mich überzeugt hatte, dass das Verhalten des Glases auch in Bezug auf den von der Dispersion befreiten Theil der Brechungsquotienten dem Satze von der constanten Grösse

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

des Brechungsvermögens direct widerstreitet, und auch in Bezug auf die grosse Verschiedenheit, welche die Änderungen der Brechungsquotienten in verschiedenen Theilen des Spectrums zeigen, ein ganz anderes als das Verhalten der Flüssigkeiten ist, blieb noch das Verhalten anderer fester, einfach brechender Körper kennen zu lernen übrig.

Ich nahm zuerst ein Steinsalzprisma vor und war nicht wenig erstaunt über die grosse Verschiebung, welche das Spectrum in Folge der Temperaturerhöhung erlitt. An die kleinen Änderungen der Brechung im Glase gewöhnt, musste ich erst durch mit verschiedenen Prismen wiederholte Versuche mich überzeugen, dass diese bedeutenden mit der Temperaturerhöhung eintretenden Änderungen nicht in einem Fehler der Beobachtungsmethode liegen. Ich untersuchte ferner noch in derselben Richtung Sylvin (Kaliumchlorid), Alaun und Flussspath, für welch letzteren schon Fizeau eine auf das Licht der Natriumflamme sich beziehende Bestimmung geliefert hat.

Meine Messungen haben nun ergeben, dass sich diese vier Körper alle ähnlich wie die Flüssigkeiten verhalten. Sie werden mit steigender Temperatur schwächer brechend und erfolgt die Abnahme der Brechungsquotienten der Temperaturerhöhung proportional.

Die Messungen haben ferner gelehrt, dass für jeden dieser vier Körper die mit der Erhöhung der Temperatur eintretende Abnahme der Brechungsquotienten im ganzen Spectrum nahezu dieselbe ist, ähnlich wie dies auch für Flüssigkeiten gefunden wurde.

Ich will hier noch einschalten, dass sich ganz so wie die vier regulären Körper auch Bergkrystall sowohl für den ordentlichen wie ausserordentlichen Strahl benimmt. Es geht dies schon aus der Bemerkung Rudberg's, dass er keine Änderung in der Dispersion beobachtete, hervor und ich habe mich davon auch durch eigene Messungen überzeugt, die für alle Theile des Spectrums nahezu dieselben Zahlen geliefert haben, welche Fizeau für das Licht der Natriumflamme gefunden.

Was endlich die absolute Grösse der durch Temperaturerhöhung bewirkten Änderungen der Brechungsquotienten an-

betrifft, so sind dieselben auf eine Temperaturerhöhung von 100° C. reducirt für die Linie *D* bei

Steinsalz	dn	=	$-0{\cdot}00373$
Sylvin			$-0{\cdot}00345$
Alaun			$-0{\cdot}00134$
Flussspath			$-0{\cdot}00123$
Glas			$+0{\cdot}00023$

Nimmt man die von Rudberg für Arragonit und von Fizeau für Bergkrystall und Kalkspath gefundenen Zahlen noch hinzu, nämlich

Arragonit	dn_a	=	$-0{\cdot}00097$
	dn_b	=	$-0{\cdot}00139$
	dn_c	=	$-0{\cdot}00128$
Bergkrystall	dn_o	=	$-0{\cdot}00054$
	dn_e	=	$-0{\cdot}00063$
Kalkspath	dn_o	=	$+0{\cdot}00006$
	dn_e	=	$+0{\cdot}00108$

so stellt sich die merkwürdige Thatsache heraus, dass Steinsalz und Sylvin alle bisher untersuchten Körper in Bezug auf die Empfindlichkeit ihrer Brechungsquotienten gegen Temperaturänderungen weit überragen, so dass diese Eigenschaft derselben sogar zu thermometrischen Bestimmungen verwendet werden könnte.

Ob zwischen diesem ausgezeichneten Verhalten des Steinsalzes und des Sylvins und ihrer bekannten grossen Diathermansie eine naheliegende gesetzmässige Beziehung stattfindet, diese Frage zu beantworten ist jetzt noch nicht möglich. Es besitzen diese zwei Körper auch relativ kleine Ausdehnungscoëfficienten, sie dehnen sich durch die Wärme nur $^2/_3$ mal so stark aus als Flussspath, und sticht gegen dieses Verhältniss das der Änderungen der Brechungsquotienten, nämlich 3 : 1, um so bedeutender ab, in demselben Grade, wie die Verschiedenheiten in der Diathermansie dieser Substanzen. Und ebenso stellt sich das Verhältniss zwischen Steinsalz, Sylvin und Bergkrystall, welche nahe gleiche cubische Ausdehnungscoëfficienten besitzen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Es bleibt noch die Frage übrig, wie sich die festen Körper, deren Brechungsquotienten mit steigender Temperatur abnehmen, gegen den Satz vom constanten Brechungsvermögen verhalten. Nimmt man für dieses die Definition

$$\frac{a-1}{d}$$

an, unter a den von der Dispersion befreiten Theil des Brechungsquotienten, unter d die Dichte des Körpers verstanden, und bezeichnet diese Grössen für eine andere höhere Temperatur mit a' und d', so soll

$$\frac{a-1}{d} = \frac{a'-1}{d'}$$

sein, woraus

$$a - a' = (a-1)\frac{d-d'}{d}$$

oder wenn man mit α den cubischen Ausdehnungscoëfficienten und mit t die Differenz der Temperaturen, für welche die Dichten d' und d gelten, bezeichnet,

$$a - a' = (a-1)\frac{\alpha t}{1+\alpha t}$$

Es ist nun nach den von Fizeau ausgeführten Bestimmungen für $t = 100°$ für

Steinsalz	αt	$= 0{\cdot}0040$
Sylvin		$0{\cdot}0038$
Flussspath		$0{\cdot}0062$

ferner findet man aus den in dieser Abhandlung mitgetheilten Brechungsquotienten näherungsweise für

Steinsalz	a	$= 1{\cdot}52465$
Sylvin		$1{\cdot}47365$
Flussspath		$1{\cdot}42698$

und aus diesen Zahlen ergeben sich für diese drei Substanzen der Reihe nach die Differenzen

$a - a'$	$= 0{\cdot}00209$
	$0{\cdot}00179$
	$0{\cdot}00265$

Die Brechungsquotienten des Steinsalzes und Sylvins nehmen bei erhöhter Temperatur stärker, die des Flussspathes schwächer ab, als sie nach dem Satze vom constanten Brechungsvermögen abnehmen sollen.

Die von mir angewandte Beobachtungsmethode ist dieselbe directe, nach welcher auch Rudberg seine Bestimmungen machte. Auf den Tisch eines Goniometers, dessen Alhidadmikroskope die Ablesung von Secunden gestatten, wurde ein Erwärmungsapparat festgeklemmt, in welchem das Prisma sich befindet. Die Deviation wurde zuerst vor der Erwärmung gemessen, dann das Prisma bei unveränderter Stellung erwärmt, so lange, bis nicht nur das Thermometer im Erwärmungsapparat einen fixen Stand einnahm, sondern auch die Deviation keine Änderung mehr erkennen liess. Nachdem die Differenz der neuen Deviation gegen die frühere bestimmt war, wurde das Prisma wieder abgekühlt, bis das Thermometer und die Deviation wieder einen unveränderlichen Stand annahmen, und letztere neuerdings gemessen. Da die Endtemperatur immer nahe dieselbe war, als die Anfangstemperatur, so musste auch die zuerst gemessene Deviation mit der zuletzt gemessenen bis auf die möglichen Beobachtungsfehler übereinstimmen und diese Übereinstimmung diente zugleich als Beweis, dass das Prisma während der Beobachtung seine Stellung unverändert eingehalten hat und dass auch durch die Erwärmung keine bleibende Veränderung in der untersuchten Substanz eingetreten ist.

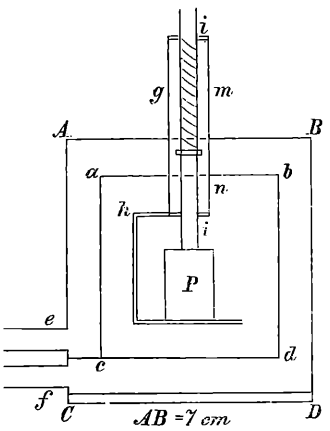
Die zu den Versuchen verwendeten Prismen habe ich alle, das Glasprisma ausgenommen, selbst geschliffen und zwar die Prismen aus Steinsalz, Sylvin und Alaun auf einer behauchten matten Glastafel, das Flussspathprisma auf einer Stahlfeile. Die auf diese Art enstandenen matten Flächen wurden dann auf einer trockenen matten Glastafel polirt.

Als Erwärmungsapparat diente ein parallelepipedisches Gefäss aus Messingblech. Die untere und obere Wand desselben und zwei von den Seitenwänden sind doppelt, zwei der Seiten

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

des Gefässes, die vordere und hintere sind offen und können mit Spiegelplatten mittelst Federn dicht geschlossen werden. Die beiliegende Figur gibt einen zu den Spiegelplatten parallelen Schnitt des Gefässes. Die Bodenplatte *CD* ist aus sehr dickem Blech und sind an derselben zur Ebene der Zeichnung senkrecht stehende ebenso dicke Ansätze angeschraubt, welche mittelst Klemmen mit dem Tisch des Goniometers fest verbunden werden können.

Fig. 2.



In die äussere Wand sind bei *e* und *f* zwei Röhren angelöthet, zwischen den Mündungen dieser Röhren läuft eine Querwand ebenfalls aus Messing durch die eine Seite des Mantelraums. Von der Röhre *e* weg führen längere Verbindungsröhren in ein luftdicht geschlossenes Gefäss, in welchem Wasser bis zum Sieden erhitzt wird. Die Wasserdämpfe treten durch die Verbindungsröhren bei *e* in den Apparat, umströmen alle vier Seiten desselben und treten bei *f* durch die zweite der eingelötheten Röhren aus und werden durch längere Verbindungsröhren in ein mit kaltem Wasser gefülltes Gefäss geleitet. Durch die Röhre *f* kann zugleich das bei Beginn des Durchleitens der Dämpfe sich condensirende Wasser abfliessen und die später eintretenden Dämpfe haben keine Wasserschicht zu durchbrechen. Bei einer anderen Anordnung wäre der Apparat immer bedeutenden Stössen ausgesetzt, so z. B. wenn die Dämpfe durch das Rohr *f* eingeleitet, durch *e* fortgeführt werden, oder wenn Einfluss- und Ausflussrohr in die obere Fläche des Gefässes einmünden.

Die obere Doppelwand ist an zwei Stellen durchbrochen durch zwei kurze cylindrische Röhren. Durch die eine von diesen geht ein cylindrisches Rohr *g*, welches auf einem einmal rechtwinklig umgebogenen Arme *h* ein Tischchen trägt, das zur Aufnahme des Prisma *P* bestimmt ist. Dieses wird auf das Tischchen

durch einen durch das Rohr hindurchgehenden Stift *i* mittelst einer Feder festgedrückt. Das Rohr besitzt auf der Seite zwei kleine Öffnungen *m*, *n*, durch welche die in dem Kasten eingeschlossene Luft mit der äusseren correspondirt, so dass immer im Wärmeapparat derselbe Druck herrscht, wie aussen. Ist der Wärmeapparat fest geklemmt, so kann man mittelst dieses Rohrs das Prisma für sich drehen wie auf einem drehbaren Tisch des Goniometers und ihm so z. B. die Stellung geben, bei welcher die Deviation ein Minimum wird.

Durch die zweite der erwähnten Bohrungen durch die oberen Wände kann ein Thermometer in das Wärmegefäss eingeführt werden.

Bei den Versuchen über die Änderungen der Brechungsverhältnisse durch kleinere Temperaturdifferenzen wurde das Wärmegefäss mit dem Prisma auf einen Ofen gestellt und auf demselben durch zwei, drei Stunden gelassen, und wenn das Thermometer eine befriedigend constante Endtemperatur anzeigte, wurde der Apparat auf das in einem ungeheizten Zimmer befindliche Goniometer gebracht und die Variation der Ablenkung bestimmt. Diese nur auf die Natriumlinie sich beziehenden Bestimmungen wurden mit einem Ocularmikrometer ausgeführt.

Ich habe mich ferner überzeugt, dass man bei grösseren, namentlich gleichseitigen Prismen die durch Temperaturerhöhungen hervorgebrachten Änderungen der Brechungsquotienten auch bestimmen kann, wenn man erst das Prisma für sich erwärmt und dasselbe dann frei auf den Tisch des Goniometers bringt. Fällt das Licht auf die Mitte der Seitenfläche des Prisma auf, so erhält man trotz der inzwischen eingetretenen oberflächlichen Abkühlung die dem erwärmten Prisma zukommende Deviation, da in diesem Falle die abgekühlten Schichten wie planparallele Platten den inneren warmen Kern umschliessen. Hingegen gilt dies nicht mehr für den Fall, dass das Licht in der Nähe einer Kante das Prisma passirt.

Die beobachtete Differenz der Deviationen vor und nach der Erwärmung ist aber nicht durch die Änderung des Brechungsverhältnisses des Prismas allein bedingt, sondern auch zum Theil durch die Änderung, welche die Richtung des Lichtstrahls beim Eintritte aus der äusseren kalten Luft in das Wärmegefäss

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

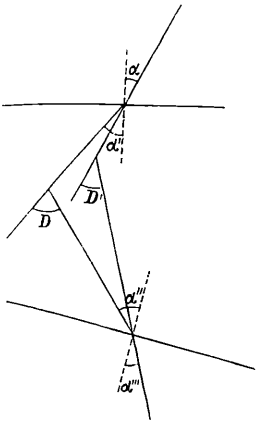
und dann wieder beim Austritte aus diesem erfährt. Um diese Änderung ist daher die beobachtete Deviation zu corrigiren.

Der aus der so corrigirten Deviation berechnete Brechungsquotient gilt dann für den Übergang des Lichtes aus der warmen Luft des Wärmeapparates in das warme Prisma. Hingegen gilt der Brechungsquotient berechnet aus der vor der Erwärmung beobachteten Deviation für den Übergang des Lichtes aus der kalten Luft in das kalte Prisma. Um die durch die Erwärmung des Prisma allein hervorgerufene Änderung des Brechungsquotienten zu erfahren, muss daher entweder der für das warme Prisma gefundene, auf die Brechung in kalter Luft oder aber müssen beide auf die Brechung im leeren Raum reducirt werden.

Was die Ablenkung eines Strahles, welche er beim Übertritte aus der äusseren Luft in den Wärmeapparat oder beim Austritte aus demselben erleidet, anbetrifft, so ist die Berechnung derselben nur unter einer bestimmten Voraussetzung über die Wärmevertheilung in den äusseren Luftschichten möglich. Man kann nämlich wohl annehmen, dass die Luft innerhalb des Wärmeapparates durchaus dieselbe Temperatur besitzt, welche das Thermometer anzeigt. Hingegen ist die äussere Luft in der Nähe der Spiegelplatten warm und wird erst in einiger Entfernung von diesen die Temperatur der äusseren Luft, aus welcher das Licht kommt, besitzen. Man kann nun annehmen, dass der Übergang von der wärmeren Luft an den Spiegelplatten zu der kalten äusseren Luft in Schichten stattfinde, welche zu den Spiegelplatten parallel sind. Ebenso kann man innerhalb der Spiegelplatten selbst, die an der äusseren Fläche jedenfalls weniger warm sind als an der inneren, eine solche nach parallelen Schichten vorhandene Temperaturvertheilung annehmen. Dann aber ist die Sache so zu betrachten, als ginge der Lichtstrahl aus der kalten Luft in die warme durch eine Reihe von Zwischenmedien, welche aber alle von untereinander parallelen Ebenen begrenzt sind. Tritt jedoch ein Strahl aus einem Medium in ein zweites durch eine Reihe solcher planparallel begrenzter Zwischenmedien, so haben diese auf die Ablenkung des Strahls von seiner ursprünglichen Richtung keinen Einfluss, die Ablenkung ist dieselbe, welche der Strahl beim directen Übertritt aus dem ersten in das zweite Medium erfährt.

Es falle ein Strahl unter dem Einfallswinkel α auf die Trennungsebene zweier Medien, und werde unter dem Winkel α' gebrochen. Innerhalb des zweiten Mediums erfahre er eine Ablenkung D, z. B durch ein Prisma, falle unter dem Winkel α'' auf die zweite Trennungsebene und trete unter dem Winkel α''' wieder in das erste Medium hinaus. Verlängert man den ausfahrenden Strahl nach rückwärts, so schneidet er den einfallenden unter dem Winkel D' und dieser ist dann die zur Beobachtung kommende Deviation.

Fig. 2.



Bedeutet v die Geschwindigkeit des Lichtes im äusseren, v' dieselbe Grösse im inneren Medium, so bestehen zunächst die Relationen

$$\frac{\text{Sin } \alpha}{\text{Sin } \alpha'} = \frac{v}{v'} \tag{1}$$

$$\frac{\text{Sin } \alpha'''}{\text{Sin } \alpha'} = \frac{v}{v'} \tag{2}$$

ferner lehrt die nebenstehende Figur, dass

$$\begin{aligned} \alpha'' &= D - \alpha' + \beta \\ \alpha''' &= D' - \alpha + \beta \end{aligned} \tag{3}$$

wenn β den Winkel bedeutet, unter welchem die beiden Trennungsebenen der Medien gegeneinander geneigt sind. Werden diese Werthe in die Formel (2) eingeführt, so folgt

$$\text{Sin}(D' - \alpha + \beta) = \frac{v}{v'} \text{Sin}(D - \alpha' + \beta) \tag{4}$$

Sind v und v' wenig von einander verschieden, so gilt dies auch bezüglich α und α' und ebenso bezüglich D und D'. Setzt man nun

$$\alpha' = \alpha + d\alpha, \quad D' = D + dD$$

so sind $d\alpha$ und dD sehr kleine Winkel, deren Sinus durch die Bögen, deren Cosinus durch die Einheit ersetzt werden können. Die Gleichung (4) liefert

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

$$\mathrm{Sin}(D-\alpha+\beta)+\mathrm{Cos}(D-\alpha+\beta).dD$$

$$=\frac{v}{v'}\mathrm{Sin}(D-\alpha+\beta)-\frac{v}{v'}\mathrm{Cos}(D-\alpha+\beta).d\alpha$$

Zugleich folgt aus der Gleichung (1)

$$\mathrm{Sin}\,\alpha=\frac{v}{v'}\mathrm{Sin}\,\alpha+\frac{v}{v'}\mathrm{Cos}\,\alpha.d\alpha$$

und durch Elimination von $d\alpha$ erhält man

$$(5)\qquad dD=-\left(1-\frac{v}{v'}\right)[\mathrm{Tang}(D-\alpha+\beta)-\mathrm{Tang}\,\alpha]$$

Sind die beiden Glasplatten des Wärmeapparates einander parallel, so ist $\beta=0$. Wird ferner der Apparat auf dem Goniometertisch so befestigt, dass die aus dem Collimator kommenden Strahlen senkrecht auf die erste Glasplatte auffallen, so ist auch $\alpha=0$ und die Formel (5) zieht sich zusammen auf

$$dD=-\left(1-\frac{v}{v'}\right)\mathrm{Tang}\,D$$

Bezeichnet man die Brechungsquotienten der kalten und warmen Luft gegen den leeren Raum mit μ und μ', nimmt die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raum als Einheit, so ist

$$\mu=\frac{1}{v},\mu'=\frac{1}{v'},$$

und es verwandelt sich die vorhergehende Formel in

$$(6)\qquad dD=-\left(1-\frac{\mu'}{\mu}\right)\mathrm{Tang}\,D$$

Der nach dieser Formel berechnete Betrag von dD ist zur beobachteten Deviation zu addiren und ist diese Summe die wahre Deviation, welche der Strahl im Wärmeapparate durch das Prisma erfahren hat.

Da $1-\frac{v}{v'}$ ein kleiner Bruch ist, so kann in der Formel (6) für D nicht nur D', sondern auch jene Deviation gesetzt werden, um welche der Strahl durch das Prisma vor der Erwärmung abgelenkt worden ist.

Der aus der Deviation $D' + dD$ berechnete Brechungsquotient heisse n'. Er gilt, wie schon bemerkt, für den Übergang des Lichtes aus der warmen Luft in das warme Prisma. Ist die Geschwindigkeit des Lichtes im letzteren u', so ist

$$n' = \frac{v'}{u'}$$

Die Geschwindigkeit des Lichtes im kalten Prisma heisse u, dann sind die Brechungsquotienten N und N' des kalten und warmen Prismas für den Eintritt des Lichtes aus dem leeren Raum

$$N = \frac{1}{u}, \; N' = \frac{1}{u'}$$

hingegen der Brechungsquotient des kalten Prismas für den Eintritt des Lichtes aus kalter Luft, wenn er mit n bezeichnet wird

$$n = \frac{v}{u}$$

Es ergeben sich also N und N' aus den berechneten n und n' durch die Gleichungen

$$N = \frac{n}{v} = \mu n$$

$$N' = \frac{n'}{v'} = \mu' n'$$

und die Differenz dieser zwei Werthe gibt die durch die Temperaturerhöhung hervorgerufene Änderung des Brechungsverhältnisses, die Differenz der reciproken Werthe von N und N' die entsprechende Änderung der Geschwindigkeit des Lichtes.

Bringt man die Differenz $N—N'$ auf die Form

$$\mu(n—n') + \mu\left(1 — \frac{\mu'}{\mu}\right) n'$$

so kann man bei der Berechnung derselben das von der Einheit wenig verschiedene μ durch die Einheit selbst ersetzen, da $n—n'$ und $1 — \frac{\mu'}{\mu}$ immer kleine Zahlen sind und hat genügend genau

$$N—N' = n—n' + \left(1 — \frac{\mu'}{\mu}\right) n' \qquad (7)$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Der in den Formeln (6) und (7) enthaltene Factor $1-\frac{\mu'}{\mu}$ kann nach den von Ketteler gemachten Messungen folgendermassen bestimmt werden. Für die mittleren Strahlen des Spectrums ist der Brechungsquotient μ_0 der Luft, welche bei 0° Temperatur unter dem Normaldrucke p_0 einer Quecksilbersäule von 760 Mm. steht,

$$\mu_0 = 1{\cdot}000295$$

Bezeichnet d_0 die Dichte der Luft unter den angegebenen Verhältnissen, hingegen d die Dichte der Luft bei einer anderen Temperatur und unter einem anderen Drucke, so ist ihr Brechungsquotient μ unter diesen neuen Verhältnissen nach Ketteler bestimmt durch

$$\frac{\mu-1}{d} = \frac{\mu_0-1}{d_0}$$

Es kann daher

$$1-\frac{\mu'}{\mu} = \frac{(\mu-1)-(\mu'-1)}{\mu} = \frac{\mu_0-1}{d_0}\ \frac{d-d'}{\mu}$$

gesetzt werden, wenn d' die dem Brechungsquotienten μ' entsprechende Dichte der Luft bedeutet. Ist d bie Dichte bei der Temperatur t, d' die Dichte bei der Temperatur t' und die Luft in beiden Fällen unter demselben Druck, so ist

$$d' = d\,\frac{1+\gamma t}{1+\gamma t'}$$

unter γ den Ausdehnungscoëfficienten der Luft verstanden. Es wird also

$$1-\frac{\mu'}{\mu} = \frac{(\mu_0-1)\,d}{\mu\,d_0}\ \frac{\gamma\,(t'-t)}{1+\gamma t'}$$

und zum Zweck der Correctionsrechnung hinreichend genau

$$1-\frac{\mu'}{\mu} = \frac{\mu_0-1}{\mu_0}\quad\frac{\gamma\,(t'-t)}{1+\gamma t'} \tag{8}$$

Die Gleichungen (6) und (7) in Verbindung mit der letzten (8) sind bei Berechnung der nun folgenden Beobachtungen benutzt worden.

I. Steinsalz.

Erstes Prisma. Winkel = 56° 9′ 32″.

Deviationen (Minimum) und Brechungsquotienten bestimmt bei der Temperatur von 17° C.

A	36° 39′ 18″	1·53663
B	36 51 20	1·53918
C	36 57 32	1·54050
D	37 14 57	1·54418
E	37 37 47	1·54901
F	37 58 4	1·55324
G	38 36 35	1·56129
H	39 9 57	1·56823

Die älteren Bestimmungen der Brechungsquotienten des Steinsalzes von Baden-Powell[1] und Grailich[2] weichen von den vorliegenden bedeutend ab. Die von Baden-Powell berechneten sind für alle Linien grösser, für jede um nahe neun Einheiten in der vierten Decimalstelle, die von Grailich für verschiedene Prismen berechneten durchgehends kleiner, eine Reihe um 23, eine um 13, eine um 4 Einheiten in der vierten Decimalstelle.

Bei der Erwärmung des Prismas von 18°8 bis 91°6 wurden folgende Änderungen der Deviationen beobachtet:

B	— 12′ 34″
D	12′ 42″
F	12′ 24″

Die Genauigkeit dieser Zahlen besitzt nicht jenen Grad, welchen die goniometrische Bestimmung zulässt, weil während der Erwärmung sich immer ein Beschlag mit Wasserdampf auf der Oberfläche der Prismen bildete, welcher bei Steinsalz und ebenso bei Sylvin eine bleibende Trübung der Prismenflächen zur Folge hatte. Diese war zwar auf die Grösse der Deviation ohne Einfluss, doch erlaubte sie die Einstellung auf die einzelnen

---

[1] Undulatory theory applied to the Dispersion of Light. 1841.

[2] Krystallographisch-optische Untersuchungen. 1858.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Linien nicht mit jener Sicherheit zu machen, welche bei spiegelnden Flächen möglich ist.

An diese Deviationsveränderungen ist nun die Correction wegen des Austrittes des Lichtes aus der warmen in die kalte Luft anzubringen. Sie kann für alle drei Linien $= + 9''$ angenommen werden.

Ferner kann die nach Formel (7) zur Differenz $n—n'$ zu addirende Correction ebenfalls für alle drei Linien $= + 0{\cdot}00009$ gesetzt werden. Es ergeben sich dann folgende Werthe von $N—N'$:

	$t'—t = 72°8$	$t'—t = 100°$
B	0·00272	0·00374
D	274	376
F	266	365

Mit demselben Prisma wurden auch noch einige Bestimmungen für geringere Temperaturerhöhungen gemacht, welche sich sämmtlich auf die Natriumlinie beziehen.

Für eine Temperaturerhöhung von 12°2 auf 34° ergab sich eine Abnahme der Deviation — 3′ 44″.

Die daran anzubringende Correction beträgt + 3″6, die Correction zum berechneten n' ist + 0·000035, hiemit kommt für $N—N'$

$t'—t = 21°8$	$t'—t = 100°$
0·00081	0·00372

Zweites Prisma. Winkel $= 42°\ 2'\ 49''$

Deviationen und Brechungsquotienten bestimmt bei der Temperatur von 22° C.

B	24°	58′	43″	1·53902
C	25	2	35	1·54032
D	25	13	28	1·54400
E	25	27	45	1·54882
F	25	40	17	1·55304
G	26	4	17	1·56108
H	26	25	0	1·56806

Bei der Erwärmung des Prisma von 20°5 auf 93°7 wurden folgende Abnahmen der Deviationen beobachtet:

B	— 7′ 55″
D	7′ 52″
F	7′ 42″

Die Correction dieser Abweichungen kann für alle drei Linien = + 6″, die Correction von $n—n'$ ebenfalls für alle drei Linien = + 0·00009 genommen werden. Es ergeben sich dann folgende Werthe für $N—N'$:

	$t'—t = 73°2$	$t'—t = 100°$
B	0·00274	0·00374
D	271	370
F	265	362

II. Sylvin (Kaliumchlorid).

Prismenwinkel = 65° 43′ 13″.

Deviationen und Brechungsquotienten bestimmt bei der Temperatur von 20° C.

A	41°	30′	56″	1·48377
B	41	44	49	1·48597
C	41	52	6	1·48713
D	42	12	15	1·49031
E	42	39	12	1·49455
F	43	3	12	1·49830
G	43	48	58	1·50542
H	44	29	10	1·51061

Mit diesen Werthen der Brechungsquotienten stimmen die von Herrn Dir. Tschermak[1] für die Linien *B* bis *G* gefundenen bis auf geringe, durch eine andere Beobachtungstemperatur erklärliche Differenzen überein.

Bei der Erhöhung der Temperatur von 21° auf 94° ergaben sich folgende Änderungen der Deviationen:

B	— 15′ 45″
D	15′ 42″
F	15′ 52″

[1] Sitzungsberichte LVIII. (I.) 144.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Die Correction dieser Differenzen kann für alle drei Linien $= + 11''$, die Correction an $n—n'$ ebenfalls für alle drei Linien $= + 0{\cdot}00008$ genommen werden. Es ergeben sich dann folgende Werthe für $N—N'$:

	$t'—t = 73°$	$t'—t = 100°$
B	0·00255	0·00349
D	253	346
F	253	346

Eine andere, mit der Natriumflamme ausgeführte Beobachtung lieferte für die Erhöhung der Temperatur von 15° auf 42·7 die Deviationsänderung

D	— 6′ 7″

Die daran anzubringende Correction ist $= + 5''$ und die zu $n—n'$ zu addirende Correction $= + 0{\cdot}00004$, es ergibt sich somit für $N—N'$:

$t'—t = 27°7$	$t'—t = 100°$
0·00095	0·00343

III. Kalium-Alaun.

Prismenwinkel = 61° 32′ 2″.

Deviationen und Brechungsquotienten bestimmt bei der Temperatur von 21° C.

A	34°	16′	35″	1·45057
B	34	27	20	1·45262
C	34	32	25	1·45359
D	34	45	12	1·45601
E	35	0	34	1·45892
F	35	13	7	1·46140
G	35	36	5	1·46563
H	35	54	46	1·46907

Die Temperaturerhöhung konnte bei dieser Substanz nicht so weit getrieben werden, als bei den übrigen, weil sie bei höheren Temperaturen Wasser abgibt und zugleich undurchsichtig wird. Mehrere Versuche mit einem Prisma, welches durch aufgekittete Glasplatten von der äusseren Luft abgeschlossen

war, lieferten keine übereinstimmenden Resultate, weil während der Erwärmung eine kleine Veränderung des brechenden Winkels eintrat.

Bei einer Temperaturerhöhung von 11° auf 39°7 nahm die Deviation der Natriumlinie ab um

$$D \qquad -1'\,59''$$

Die daran anzubringende Correction ist $= +4''$, die zu $n—n'$ kommende Correction $= +0{\cdot}00004$ und es ergibt sich für $N—N'$

$$t'—t = 28°8 \qquad t'—t = 100°$$
$$0{\cdot}00040 \qquad 0{\cdot}00138$$

Ein zweiter mit einem Prisma von 65° ausgeführter Versuch ergab für eine Zunahme der Temperatur von 11° auf 33°2 in der Deviation der Natriumlinie die Änderung

$$D \qquad -1'\,36''$$

Die daran anzubringende Correctur ist $= +3''\,5$, die zu $n'—n$ kommende Correction $= +0{\cdot}00003$ und es ergibt sich für $N—N'$

$$t'—t = 22°\,2 \qquad t'—t = 100°$$
$$0{\cdot}00029 \qquad 0{\cdot}00131$$

IV. Flussspath.

Prismenwinkel $= 43°\,59'\,1''$.

Die Deviationen und Brechungsquotienten konnten nur für fünf Linien bestimmt werden, die übrigen erschienen nicht ausgeprägt genug. Die Bestimmungen gelten für die Temperatur 21° C.

B	20° 52′ 24″	1·43200
D	20 58 12	1·43390
F	21 7 56	1·43709
G	21 16 17	1·43982
H	21 23 5	1·44204

Bei der Erhöhung der Temperatur von 21°6 auf 93° wurden folgende Abnahmen der Deviationen beobachtet:

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

D	— 2′ 32″
F	2 31
H	2 33

Die an diesen Differenzen anzubringende Correction kann für alle drei Linien = + 4″6, die Correction an n—n' ebenfalls für alle drei Linien = + 0·00008 genommen werden. Es ergeben sich dann folgende Werthe für N—N':

	t'—t = 71°4	t'—t = 100°
D	0·00089	0·00124
F	88	123
H	89	124

Die von Fizeau aus den Interferenzversuchen mit Hilfe des von Kopp bestimmten Ausdehnungscoëfficienten des Flussspathes (0·0000207) für die Abnahme des Brechungsquotienten bei 100° Temperaturerhöhung abgeleitete Zahl ist grösser als die hier gefundene, nämlich 0·00136.

V. Glas.

Prismenwinkel = 60° 4′ 10″.

Deviationen und Brechungsquotienten für die Fraunhoferschen Linien bestimmt bei der Temperatur von 19° C.

A	39°	21′	36″	1·52406
B	39	32	6	1·52604
C	39	37	24	1·52703
D	39	51	32	1·52968
E	40	9	43	1·53307
F	40	25	21	1·53598
G	40	54	43	1·54142
H	41	19	55	1·54607

Bei der Erwärmung des Prismas von 18°1 auf 92°5 ergaben sich nachstehende Zuwächse der Deviationen

B	+ 1′ 7″
C	1 8
D	1 14
E	1 23
F	1 29
G	1 43

Die zu diesen Differenzen hinzukommende Correction wurde für alle Linien $= + 10''4$ genommen.

Die zur Differenz $n—n'$, welche in diesem Falle immer negativ ist, zu addirende Correction ist für alle Strahlen $= + 0{\cdot}000092$ und es ergaben sich folgende Werthe für $N—N'$:

	$t'—t = 74°4$	$t'—t = 100°$
B	— 0·000150	— 0·000202
C	153	206
D	171	230
E	198	266
F	216	290
G	257	345

Für die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien und ihre reciproken Quadrate nehme ich folgende Werthe an:

	λ	$\frac{1}{\lambda^2}$
B	0·0006883	2111
C	6571	2316
D	5902	2871
E	5278	3590
F	4869	4218
G	4317	5366
H	3974	6332

Die Zahlen λ bedeuten Millimeter, bei den Zahlen $\frac{1}{\lambda^2}$ ist der Factor 10^4 weggelassen.

Nimmt man die Formel

$$105 + \frac{4}{90}\,\frac{1}{\lambda^2}$$

und berechnet dieselbe für die einzelnen Linien von *B* bis *G*, so gibt sie folgende Werthe

199, 208, 233, 265, 292, 343,

welche mit grosser Annäherung die für die Temperaturerhöhung von 100° berechneten Zunahmen des Brechungsquotienten darstellen.